



Hausübungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik II
SS 2011

Blatt 1 / 5. April 2011 / Abgabe **bis spätestens 12. April, 09:00 Uhr**

AUFGABE 1:

Geben Sie deterministische Turing-Maschinen M_i an, die die folgenden Sprachen L_i über dem Eingabealphabet $A = \{0, 1\}$ entscheiden:

- (a) $L_1 = \{x \in \{0, 1\}^* \mid x = w11w'\}$ (d.h. x enthält 2 unmittelbar aufeinanderfolgende 1en)
- (b) $L_2 = \{x \in \{0, 1\}^* \mid x = 0^n 1^m, n < m\}$.

Wählen Sie dazu jeweils geeignete Bandalphabete und Zustandsmengen. Um kurz zu erläutern, wie Ihre DTM funktioniert, geben Sie bitte an, welche Bedeutung die Zustände aus der Zustandsmenge jeweils haben (z.B. „suche linkeste 1“).

Schätzen Sie weiterhin die Zeitkomplexität $T_{M_i}(n)$ bei Eingabe der Länge $\leq n$ der von Ihnen angegebenen Turing-Maschinen sinnvoll nach oben ab.

AUFGABE 2:

Eine „Doppelzahl“ sei eine natürliche Zahl $n \geq 1$, deren Binärdarstellung (in dieser Aufgabe: höchstwertiges Bit steht links) von der Gestalt ww ist, wobei w eine beliebige (mit 1 beginnende) Folge von Bits ist.

Die Sprache $\text{DOPPEL} \subset \{0, 1\}^*$ sei definiert als die Menge der (Binärdarstellungen von) Doppelzahlen. Zeigen Sie:

$\text{DOPPEL} \in \mathcal{P}$.

Bemerkung: Sie sollten zur Lösung dieser Aufgabe einen Algorithmus angeben und dessen Laufzeit analysieren. Es ist Ihnen überlassen, ob sie dazu DTMs oder geeigneten Pseudocode verwenden.

Bitte wenden!

AUFGABE 3:

Seien $L_1, L_2 \subset \Sigma^*$ Sprachen. Zeigen sie:

- (a) Sind L_1 und L_2 entscheidbar, so ist $L_1 \cup L_2$ entscheidbar.
- (b) Sind L_1 und L_2 rekursiv aufzählbar, so ist auch $L_1 \cup L_2$ rekursiv aufzählbar.

Hinweis: Geben Sie jeweils ein Programm in Pseudocode an, dass $L_1 \cup L_2$ entscheidet bzw. akzeptiert.